

Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова
Институт математики и информатики
Олимпиада по математике «Абитуриент БГУ - 2020»
Август, 2020 г.

1. На доске записывают последовательность чисел 1, 2, 4, 8, 16, 23, 28 и т.д. (каждое следующее число получают из предыдущего, увеличивая его на сумму его цифр). Будет ли записано на доске число 208 130 622 903?

2. По кругу расположены 300 деревьев, на одном из которых сидит воробей. Он начинает перелетать от одного дерева к другому, двигаясь по кругу по часовой стрелке. Причем в первый раз он перелетает на соседнее дерево, в следующий раз перелетает через одно дерево, потом через два и так далее. Сможет ли он побывать на каждом дереве, если будет продолжать перелетать таким образом?

3. Нарисуйте схему расположения 6 городов и прямолинейных дорог, соединяющих каждую пару городов так, чтобы на ней было три перекрестка и на любом из них пересекались только две дороги. (Перекресток – это пересечение дорог вне города; дорога, соединяющая два города не должна проходить через третий город.)

4. Решите уравнение $(x + 5)(x - 10)(x^2 - 2x - 8) = -14x^2$.

5. На основании AC равнобедренного треугольника ABC отметили две различные точки F и E , а на боковых сторонах AB и BC – точки D и G соответственно так, что $AD + AE = AC$ и $CF + CG = AC$. Найти угол между прямыми DF и EG , если $\angle ABC = 70^\circ$.

6. Треугольник расположен внутри квадрата таким образом, что центр квадрата лежит вне этого треугольника, а на сторонах квадрата нет ни одной вершины треугольника. Докажите, что длина одной из сторон треугольника меньше длины стороны квадрата.