

Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова

Институт математики и информатики

Олимпиада по математике «Абитуриент БГУ - 2021»

Июль, 2021 г.

1. Построить график функции $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 4x + 4}$.

2. Решите уравнение в натуральных числах, т.е. найдите все натуральные числа n , для которых выполняется равенство

$$[\sqrt{2}n] = \left[\frac{3n}{2} \right],$$

где $[u]$ - целая часть числа u (наибольшее целое число, не превосходящее u).

3. Натуральное число $n > 100$ разделили с остатком на 10, 35 и 42. Выяснилось, что сумма остатков от деления на 35 и 42 равняется остатку от деления на 10. Докажите, что число n – составное (имеет натуральные делители, отличные от единицы и самого числа).

4. Точки P, Q и L расположены соответственно на сторонах AB, AC и BC треугольника ABC . При этом прямые PQ и BC параллельны, отрезки PQ и QC равны, $\angle QLB = \angle BAC$. Докажите, что $QL = AP$.

5. Каждую точку плоскости покрасили в один из трех цветов: красный, синий или зеленый. Причем были использованы все три цвета. Доказать, что на плоскости можно найти треугольник площадью 1, все вершины которого выкрашены в один цвет.